

# Lösungsblatt zur natürlichen Exponentialfunktion - Kettenregel

Das hast du schon gelernt:

**Tipp** Die Ableitung von  $f(x) = e^x$  ist  $f'(x) = e^x$

1. Teilelemente bestimmen

2. Von "außen" nach "innen" ableiten

3. Vereinfachen **Merke:** ! Alle Konstanten fallen bei der Ableitung weg !

**Tipp** Der Faktor bei einer Multiplikation bleibt erhalten

## Ableitungsregeln

Faktorregel:

$$c \cdot u(x) \Rightarrow c \cdot u'(x)$$

Quotientenregel:

$$\frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

Produktregel:

$$u(x) \cdot v(x) \Rightarrow u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Summenregel:

$$u(x) + v(x) \Rightarrow u'(x) + v'(x)$$

Kettenregel:

$$u(v(x)) \Rightarrow u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

## Beispiele

$$3 \cdot (x^2 + x - 2) \Rightarrow 3 \cdot (2x + 1)$$

$$\frac{(2x+1)}{(3x-4)} \Rightarrow \frac{2 \cdot (3x-4) - (2x+1) \cdot 3}{(3x-4)^2}$$

$$4x \cdot \sin(x) \Rightarrow 4 \cdot \sin(x) + 4x \cdot \cos(x)$$

$$2x + \cos(x) \Rightarrow 2 - \sin(x)$$

$$\cos(2x) \Rightarrow -\sin(2x) \cdot 2$$

## Aufgabe 1

(1)

$$f(x) = e^{4x+5}$$

$$f'(x) = 4 \cdot e^{4x+5}$$

$$f''(x) = 16 \cdot e^{4x+5}$$

(2)

$$f(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x-3}$$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{2}x-3}$$

$$f''(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}x-3}$$

(3)

$$f(x) = 0,5 \cdot e^{x^2}$$

$$f'(x) = 0,5 \cdot 2x \cdot e^{x^2}$$
$$= x \cdot e^{x^2}$$

$$u = x \quad u' = 1$$

$$v = e^{x^2} \quad v' = 2x \cdot e^{x^2}$$

$$f''(x) = 1 \cdot e^{x^2} + x \cdot 2x e^{x^2} \quad | e^{x^2} \text{ ausklammern}$$
$$= e^{x^2} \cdot (1 + 2x^2)$$

(4)

$$f(x) = 2,5 + e^{2x}$$

$$f'(x) = 2 \cdot e^{2x}$$

$$f''(x) = 4 \cdot e^{2x}$$

**(5)**

$$f(x) = 3x - 2 \cdot e^{3x}$$

$$f'(x) = 3 - 6e^{3x}$$

$$f''(x) = -18e^{3x}$$

**(6)**

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 4e^{-2x}$$

$$f'(x) = 4x + 3 - 8e^{-2x}$$

$$f''(x) = 4 + 16e^{-2x}$$

**(7)**

$$f(x) = 4e^{2x} - 4e^{-2x}$$

$$f'(x) = 8e^{2x} + 8e^{-2x}$$

$$f''(x) = 16e^{2x} - 16e^{-2x}$$

**(8)**

$$f(x) = 2e^{3x-3} - 3e^{-2x+3}$$

$$f'(x) = 6e^{3x-3} + 6e^{-2x+3}$$

$$f''(x) = 18e^{3x-3} - 12e^{-2x+3}$$

**(9)**

$$f(x) = x^2 - 2e^{-x^2}$$

$$f'(x) = 2x + 4x \cdot e^{-x^2}$$

$$f''(x) = 2 + 4 \cdot e^{-x^2} + 4x \cdot e^{-x^2} \cdot (-2x)$$

$$= 2 + (4 - 8x^2) \cdot e^{-x^2}$$

(10)

$$f(x) = x + e^{-2x+x^2} - e^{2x-x^2}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 + e^{-2x+x^2} \cdot (-2+2x) - e^{2x-x^2} \cdot (2-2x) \\ &= 1 + (2x-2)e^{-2x+x^2} + (2x-2)e^{2x-x^2} \end{aligned}$$

Nebenrechnung:

$$g(x) = (2x-2) \cdot e^{-2x+x^2}$$

$$\begin{aligned} g'(x) &= 2 \cdot e^{-2x+x^2} + (2x-2) \cdot e^{-2x+x^2} \cdot (-2+2x) && | \text{Reihenfolge vertauschen} \\ &= 2 \cdot e^{-2x+x^2} + (2x-2)(2x-2) \cdot e^{-2x+x^2} \cdot (-1) \\ &= 2 \cdot e^{-2x+x^2} + (2x-2)^2 \cdot e^{-2x+x^2} \cdot (-1) \\ &= [2 + (2x-2)^2] \cdot e^{-2x+x^2} \cdot (-1) \\ &= [2 + 4x^2 - 8x + 4] \cdot e^{-2x+x^2} \cdot (-1) \\ &= [4x^2 - 8x + 6] \cdot e^{-2x+x^2} \cdot (-1) \end{aligned}$$

Nebenrechnung:

$$h(x) = (2x-2) \cdot e^{2x-x^2}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 2 \cdot e^{2x-x^2} + (2x-2) \cdot e^{2x-x^2} \cdot (2-2x) && | (-1) \text{ ausklammern} \\ &= 2 \cdot e^{2x-x^2} - (2x-2)(2x-2) \cdot e^{2x-x^2} \\ &= 2 \cdot e^{2x-x^2} - (2x-2)^2 \cdot e^{2x-x^2} \\ &= [2 - (2x-2)^2] \cdot e^{2x-x^2} \\ &= [2 - (4x^2 - 8x + 4)] \cdot e^{2x-x^2} \\ &= [2 - 4x^2 + 8x - 4] \cdot e^{2x-x^2} \\ &= [-4x^2 + 8x - 2] \cdot e^{2x-x^2} && | (-1) \text{ ausklammern} \\ &= [4x^2 - 8x + 2] \cdot (-e^{2x-x^2}) \end{aligned}$$

$$f''(x) = e^{-2x+x^2} (4x^2 - 8x + 6) - e^{2x-x^2} (4x^2 - 8x + 2)$$

(11)

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x^2 + x - \frac{1}{x} + e^{2x-2} \\ &= 2x^2 + x - x^{-1} + e^{2x-2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= 4x + 1 - (-1) \cdot x^{-1-1} + 2e^{2x-2} \\ &= 4x + 1 + x^{-2} + 2e^{2x-2} \\ &= 4x + 1 + \frac{1}{x^2} + 2e^{2x-2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f''(x) &= 4 + (-2)x^{-2-1} + 4e^{2x-2} \\ &= 4 - \frac{2}{x^3} + 4e^{2x-2}\end{aligned}$$