Zusammenfassung Exponentialfunktionen

$$K_t = K_0 \cdot a^t;$$

K_0: $Startkapital$
K_t: $Kapital\ nach\ t\ Jahren$
p: $Zinssatz$
a: $Wachstumsfaktor\ (a = 1 + p)$

1. Fall	2. Fall	3. Fall
Gegeben: Startkapital K_0 = 10 000 € Zinssatz p = 10 % Zeit t = 8 Jahre Gesucht: Kapital nach 8 Jahren K_8 (in €)	Gegeben: Kapital nach 8 Jahren K_8 = 21 435,89 € Zinssatz p = 10 % Zeit t = 8 Jahre Gesucht: Startkapital K_0 (in €)	Gegeben: Startkapital K_0 = 10 000,00 € Kapital nach t Jahren K_t = 21 435,89 € Zinssatz p = 10 % Gesucht: Zeit t (in Jahren)
$K_8 = 10\,000 \cdot 1{,}1^8$ $\underline{K_8 = 21\,435{,}89\ €}$	$21\,435{,}89 = K_0 \cdot 1{,}1^8 \quad \mid : 1{,}1^8$ $\frac{21\,435{,}89}{1{,}1^8} = K_0$ $\underline{K_0 = 10\,000\ €}$	$21\,435{,}89 = 10\,000 \cdot 1{,}1^t \quad \mid : 10\,000$ $\frac{21\,435{,}89}{10\,000} = 1{,}1^t$ $2{,}143589 = 1{,}1^t \quad \mid \log$ $\log_{1{,}1} 2{,}143589 = t$ $\underline{t = 8{,}00}\ Jahre$

©learnzept.de

Zusammenfassung Exponentialfunktionen

$$K_t = K_0 \cdot a^t;$$

K_0: $Startkapital$
K_t: $Kapital\ nach\ t\ Jahren$
p: $Zinssatz$
a: $Wachstumsfaktor\ (a = 1 + p)$

4. Fall	5. Fall	6. Fall
Gegeben: Startkapital $K_0 = 10\,000{,}00$ € Kapital nach 8 Jahren $K_8 = 21\,435{,}89$ € Zeit t = 8 Jahre Gesucht: Zinssatz p (in %)	Gegeben: Zinssatz p = 10 % Gesucht: Zeitraum t in Jahren, in dem sich das Startkapital K_0 verdreifacht	Gegeben: Zeit t = 14 Jahre Gesucht: Zinssatz p (in %), bei dem sich das Startkapital K_0 im Zeitraum t verdreifacht
$21\,435{,}89 = 10\,000 \cdot (1+p)^8 \quad \mid :10\,000$ $2{,}143589 = (1+p)^8 \quad \mid \sqrt[8]{\ }$ $\sqrt[8]{2{,}143589} = 1 + p \quad \mid -1$ $\sqrt[8]{2{,}143589} - 1 = p$ $0{,}1 = p$ $\Rightarrow \quad \underline{p = 10\,\%}$	$3\,K_0 = K_0 \cdot 1{,}1^t \quad \mid :K_0$ $\frac{3\,K_0}{K_0} = 1{,}1^t$ $3 = 1{,}1^t \quad \mid \log$ $\log_{1,1} 3 = t$ $\underline{t = 11{,}53}$ Jahre	$3\,K_0 = K_0 \cdot (1+p)^{14} \quad \mid :K_0$ $\frac{3\,K_0}{K_0} = (1+p)^{14}$ $3 = (1+p)^{14} \quad \mid \sqrt[14]{\ }$ $\sqrt[14]{3} = 1 + p \quad \mid -1$ $\sqrt[14]{3} - 1 = p$ $p = 0{,}0816$ $\Rightarrow \quad \underline{p = 8{,}16\,\%}$

©learnzept.de

Zusammenfassung Exponentialfunktionen

7. Fall Radioaktiver Zerfall	
<u>ohne</u> Halbwertszeit	<u>mit</u> Halbwertszeit
$N_t = N_0 \cdot a^t;$ $N_0: Anfangsmenge$ $N_t: Restmenge\ nach\ der\ Zeit\ t$ $p: prozentuale\ Abnahme$ $a: Abnahmefaktor\ \ (a = 1 - p)$	$N_t = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{HW}}};$ $N_0: Anfangsmenge$ $N_t: Restmenge\ nach\ der\ Zeit\ t$ $T_{HW}: Halbwertszeit$
Gegeben: Anfangsmenge N_0 = 1 000 g Restmenge nach 40 Tagen N_{40} = 425 g Zeit t = 40 Tage Gesucht: prozentuale Abnahme, während eines Tages	Gegeben: Anfangsmenge N_0 = 1 000 g Restmenge nach 40 Tagen N_{40} = 425 g Zeit t = 40 Tage Gesucht: Halbwertszeit T_{HW}
$425 = 1\,000 \cdot (1-p)^{40} \quad \mid :1\,000$ $0{,}425 = (1-p)^{40} \quad \mid \sqrt[40]{}$ $\sqrt[40]{0{,}425} = 1 - p \quad \mid -1$ $\sqrt[40]{0{,}425} - 1 = -p \quad \mid \cdot(-1)$ $1 - \sqrt[40]{0{,}425} = p$ $p = 0{,}021$ $\Rightarrow \quad \underline{p = 2{,}1\ \%}\ (Abnahme)$	$425 = 1\,000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40}{T_{HW}}} \quad \mid :1\,000$ $\frac{425}{1\,000} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40}{T_{HW}}} \quad \mid \log$ $\log_{\frac{1}{2}} 0{,}425 = \frac{40}{T_{HW}} \quad \mid \cdot T_{HW}$ $T_{HW} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0{,}425 = 40 \quad \mid :\log_{\frac{1}{2}} 0{,}425$ $T_{HW} = \frac{40}{\log_{\frac{1}{2}} 0{,}425}$ $\underline{T_{HW} \approx 32{,}4}$ Tage

©learnzept.de