Grenzwerte gebrochen-rationaler Funktionen im Unendlichen

1. Fall: $z = n + 1$

Zählergrad um 1 größer als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{5x^2 + \ldots}{-7x + 11}$

rechnerische Methode:
⇒ Polynomdivision

⇒ schräge Asymptote

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$

2. Fall: $z < n$

Zählergrad kleiner als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{17x^2 + \ldots}{19x^3 + 13}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ waagerechte Asymptote ist die x-Achse ($y = 0$)

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$

(da $\frac{\text{Zahl}}{\pm\infty} = 0$)

3. Fall: $z = n$

Zählergrad ist gleich Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{3x^3 + 7x^2 \ \ldots}{5x^3 - 11x^2}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ waagerechte Asymptote ist eine Parallele zur x-Achse ($y = \frac{3}{5}$)

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \frac{3}{5}$

4. Fall: $z > n + 1$

Zählergrad größer als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{11x^3 + \ldots}{7x + \ldots}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ keine Asymptote

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$

(da $\frac{\pm\infty}{\text{Zahl}} = \pm\infty$)