Lösungsblatt zu den Grenzwerten im Unendlichen 1

Das hast du schon gelernt:

Grenzwerte gebrochen-rationaler Funktionen im Unendlichen

1. Fall: z = n + 1

Zählergrad um 1 größer als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{5x^2+...}{-7x+11}$

rechnerische Methode:
⇒ Polynomdivision

⇒ schräge Asymptote

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$

2. Fall: z < n

Zählergrad kleiner als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{17x^2+...}{19x^3+13}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ waagerechte Asymptote ist die x-Achse ($y = 0$)

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$

(da $\frac{\text{Zahl}}{\pm\infty} = 0$)

3. Fall: z = n

Zählergrad ist gleich Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{3x^3+7x^2 ...}{5x^3-11x^2}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ waagerechte Asymptote ist eine Parallele zur x-Achse ($y = \frac{3}{5}$)

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{3}{5}$

4. Fall: z > n + 1

Zählergrad größer als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{11x^3+...}{7x+...}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ keine Asymptote

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$

(da $\frac{\pm\infty}{\text{Zahl}} = \pm\infty$)

Aufgabe 1

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2-1} = 0$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x^2+1}{2x-1} = -\infty$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^3}{2x^3-5} = \frac{1}{2}$

e) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{-4x+2}{-x+1} = 4$

f) $\lim\limits_{x\to\infty} -\frac{x^2+2x+1}{3x^2-4x+2} = -\frac{1}{3}$

g) $\lim\limits_{x\to\infty} -\frac{2x+1}{x-1} = -2$

h) $\lim\limits_{x\to-\infty} -\frac{3x^2-5}{x^2} = -3$

i) $\lim\limits_{x\to-\infty} -\frac{2x+3}{x^2-4} = +0$

j) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4x^2+2}{3x^3-4} = -0$

k) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{3} \cdot \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{3}$

l) $\lim\limits_{x\to\infty} -\frac{1}{3} \cdot \frac{2x^2-3}{x+4} = -\infty$

m) $\lim\limits_{x\to-\infty} -2 \cdot \frac{2x+3}{x-1} = -4$

n) $\lim\limits_{x\to-\infty} -2 \cdot \frac{4x-3}{3-8x} = +1$

o) $\lim\limits_{x\to\infty} -\frac{2x^2-3x}{5x+2} = -\infty$

p) $\lim\limits_{x \to -\infty} -\frac{2}{3} \cdot \frac{3x^3 + 4}{4x^3 + 3} = -\frac{1}{2}$

q) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x^2 - 5}{x + 3} = -\infty$

r) $\lim\limits_{x \to -\infty} -\frac{3x^2 - 1}{x^3} = +0$