Lösungsblatt zu:

Gebrochen rationale, Exponential- und Logarithmus Funktionen

Das hast du schon gelernt:

Achsensymmetrie zur y-Achse

Beispiel:

$$g(x) = \frac{3x^3}{2x^5 - x}$$

Es gilt:

$$g(x) = g(-x)$$

Punktsymmetrie zum Ursprung

Beispiel:

$$g(x) = \frac{4x^2}{x^3 + 3x}$$

Es gilt:

$$-g(x) = g(-x)$$

©learnzept.de

Potenzfunktionen

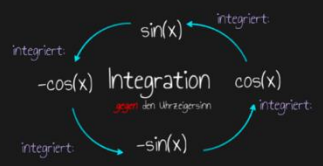
$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

Exponentialfunktionen

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \qquad \int e^x \, dx = e^x + C$$

Trigonometrische Funktionen

$$\int \cos(x) \, dx = \sin(x) + C \qquad \int \sin(x) \, dx = -\cos(x) + C$$



Logarithmusfunktionen

$$\int \ln x \, dx = -x + x \cdot \ln x + C$$

Spezielle Funktionen

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln|f(x)| + C \qquad \int f(ax+b) = \frac{1}{a} F(ax+b) \qquad \int f'(x) \cdot e^{f(x)} \, dx = e^{f(x)} + C$$

Grenzwerte gebrochen-rationaler Funktionen im Unendlichen

1. Fall: $z = n + 1$

Zählergrad um 1 größer als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{5x^2 + \ldots}{-7x + 11}$

rechnerische Methode:
⇒ Polynomdivision

⇒ schräge Asymptote

⇒ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$

2. Fall: $z < n$

Zählergrad kleiner als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{17x^2 + \ldots}{19x^3 + 13}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ waagerechte Asymptote ist die x-Achse ($y = 0$)

⇒ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$

(da $\frac{\text{Zahl}}{\pm\infty} = 0$)

3. Fall: $z = n$

Zählergrad ist gleich Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{3x^3 + 7x^2 \ldots}{5x^3 - 11x^2}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ waagerechte Asymptote ist eine Parallele zur x-Achse ($y = \frac{3}{5}$)

⇒ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \frac{3}{5}$

4. Fall: $z > n + 1$

Zählergrad größer als Nennergrad

z.B: $f(x) = \frac{11x^3 + \ldots}{7x + \ldots}$

rechnerische Methode:
⇒ höchste Potenz ausklammern

⇒ keine Asymptote

⇒ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$

(da $\frac{\pm\infty}{\text{Zahl}} = \pm\infty$)

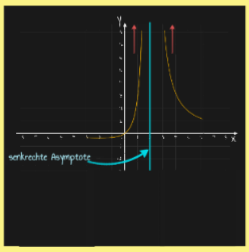
©learnzept.de

Grenzverhalten an Definitionslücken

1. Fall:

Polstelle ohne VZW

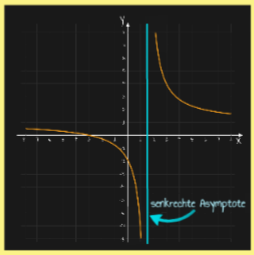
Bsp.: $g(x) = \frac{3x}{(x-2)^2}$



2. Fall

Polstelle mit VZW

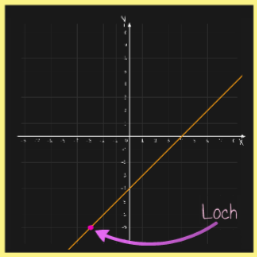
Bsp.: $g(x) = \frac{3+x}{x-1{,}5}$



3. Fall:

hebbare Definitionslücke

Bsp.: $g(x) = \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$



Grenzverhalten an Definitionslücken

1. Definitionslücke(n) bestimmen
2. Definitionslücke(n) in Zähler einsetzen

   Zähler ≠ 0 -> Polstelle

   Zähler = 0 -> hebbare Definitionslücke
3. Grenzverhalten an Definitionslücke(n) bestimmen

   Tipp: bei Polstellen mit h-Methode
4. Gleichung der senkrechten Asymptote angeben

©learnzept.de

1. Grenzverhalten an den Definitionslücken ermitteln

- Definitionslücke(n) bestimmen
- Definitionslücke(n) in den Zähler einsetzen

  Zähler ≠ 0 -> Polstelle Zähler = 0 -> hebbare Definitionslücke
- Grenzverhalten an Definitionslücke(n) ermitteln

2. Grenzverhalten im Unendlichen ermitteln

- Ausklammern und Kürzen der höchsten (Nenner)Potenz
  - Grenzwert bestimmen

3. Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen bestimmen

- Schnittpunkt(e) mit der x-Achse (= Nullstellen)

  -> $g(x) = 0$ ACHTUNG: Definitionsmenge beachten!
- Schnittpunkt mit der y-Achse Tipp für x Null einsetzen

4. Funktion auf Symmetrie untersuchen

- Prüfen auf Achsensymmetrie zur y-Achse

  -> Gilt $g(x) = g(-x)$?
- Prüfen auf Punktsymmetrie zum Ursprung

  -> Gilt $-g(x) = g(-x)$?

5. Graph skizzieren

©learnzept.de

Krümmungsverhalten und Wendepunkt(e)

Rechtskrümmung

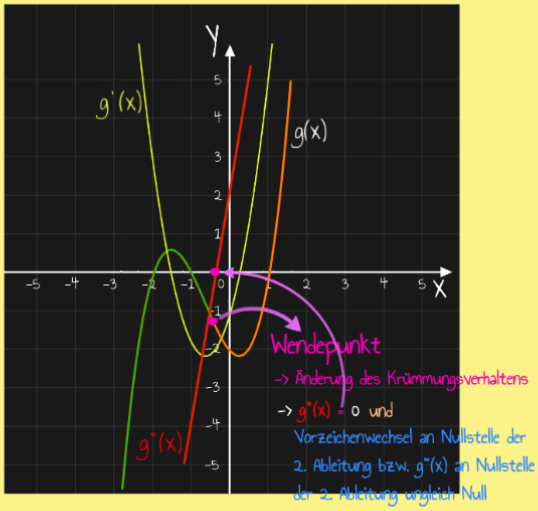
-> $g'(x)$ streng monoton fallend

-> $g''(x) < 0$

Linkskrümmung

-> $g'(x)$ streng monoton steigend

-> $g''(x) > 0$



Flächeninhalt berechnen

- Funkionsterm und Grenzen in Integralformel einsetzen
- Stammfunktion F(x) bestimmen
- Intervallgrenzen in Stammfunktion statt "x" einsetzen
- Integrationskonstante C = 0 setzen (u.U.)
- Ausrechnen
- Zusammenfassen

©learnzept.de

Aufgabe 1:

a)

Definitionsbereich

TIPP: Definitionsbereich

$\Rightarrow$ Nenner darf nicht Null werden

$x - 1 \neq 0$

$x \neq 1$

$\mathbb{D}_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

schräge Asymptote

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 2 + \underbrace{\frac{1}{\underbrace{x}_{x \to \infty} - 1}}_{\to 0} \quad \Rightarrow \quad \text{schräge Asymptote:} \quad y = \frac{1}{2}x - 2$$

senkrechte Asymptote

TIPP: senkrechte Asymptote

$\Rightarrow$ Stelle mit der Definitionslücke $\Rightarrow$ senkrechte Asymptote: $x = 1$

Nullstelle

TIPP: Nullstelle

$\Rightarrow$ f(x)= 0

$$\frac{1}{2}x - 2 + \frac{1}{x-1} = 0$$

$$\frac{1}{2}x - 2 = -\frac{1}{x-1} \quad | \cdot (x-1)$$

$$\left(\frac{1}{2}x - 2\right) \cdot (x-1) = -1$$

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 2x + 2 = -1$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2{,}5x + 3 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm 1}{2}$$

$x_1 = 2$ $\qquad$ $x_2 = 3$

Nullstellen: $N_1(2 \mid 0)$ und $N_2(3 \mid 0)$

©learnzept.de

Schnittpunkt mit der y–Achse

TIPP: Schnittpunkt mit der y–Achse
$\Rightarrow$ f(0) berechnen

$$f(0) = \frac{1}{2} \cdot 0 - 2 + \frac{1}{0-1}$$
$$= -3$$

Schnittpunkt mit der y–Achse : $S_y\ (0 \mid -3)$

b)

horizontale Tangenten bestimmen

$f(x) = 0{,}5x - 2 + (x-1)^{-1}$ (Potenzgesetze und Kettenregel)

$f'(x) = 0{,}5 - (x-1)^{-2}$ (Potenzgesetze)

$f'(x) = 0{,}5 - \frac{1}{(x-1)^2}$

TIPP: horizontale Tangente
$\Rightarrow$ f'(x) = 0

$0{,}5 - \frac{1}{(x-1)^2} = 0 \qquad \mid + \frac{1}{(x-1)^2}$

$0{,}5 = \frac{1}{(x-1)^2} \qquad \mid \cdot (x-1)^2 \quad \mid : 0{,}5$

$(x-1)^2 = 2$

$x^2 - 2x + 1 = 2 \qquad \mid -2$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ (Lösungsformel für quadratische Gleichungen)

$x_{3/4} = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2}$

$= \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

$= 1 \pm \sqrt{2}$

horizontale Tangente bei: $x_3 = 1 + \sqrt{2}$ und $x_4 = 1 - \sqrt{2}$

Wendestelle bestimmen

$f'(x) = 0{,}5 - (x-1)^{-2}$ (siehe oben)

$f'' = -(x-1)^{-3} \cdot (-2)$ (Hinweis: Kettenregel und nachdifferenzieren)

$= 2(x-1)^{-3}$

$= \frac{2}{(x-1)^3} \neq 0$ für alle $x \in D_{max}$ (weil der Zähler nie Null wird, wird auch f''(x) nie Null)

$\Rightarrow$ keine Wendestellen

©learnzept.de

Aufgabe 2:

Gegeben: $h(x) = (x^4 + 4x^3) \cdot e^x$

a)

TIPP: Stammfunktion

$\Rightarrow F'(x) = f(x)$

$H(x) = x^4 \cdot e^x$ (Produktregel anwenden)

$H'(x) = 4x^3 \cdot e^x + x^4 \cdot e^x$ | e^x ausklammern, nach Potenzen sortieren

$= (x^4 + 4x^3) \cdot e^x$

$= h(x)$

b)

<u>Nullstellen bestimmen</u>

TIPP: Nullstelle

$\Rightarrow h(x) = 0$

$(x^4 + 4x^3) \cdot e^x = 0$ | x^3 ausklammern

$x^3 \cdot (x + 4) \cdot e^x = 0$

TIPP: ein Faktor = 0

$\Rightarrow$ ganzes Produkt = 0

<u>1. Faktor:</u> $x^3 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

<u>2. Faktor:</u> $x + 4 = 0 \Rightarrow x_2 = -4$

<u>3. Faktor:</u> $e^x \neq 0$, für alle $x \in D_{max}$

<u>Bestimmen der Vorzeichen zwischen den Nullstellen</u>

1. Möglichkeit:

Vorzeichen für einen x–Wert aus beliebigem Intervall berechnen:

z.B.: $x = -2 \Rightarrow$ $h(-2) = (16 - 4 \cdot 8)\, e^{-2} = -16e^{-2} < 0$

2.Möglichkeit:

Vorzeichentabelle mit TABLE-Funktion des Taschenrechners erstellen

x	x < –4	–4	–4 < x < 0	0	0 < x
f(x)	positiv	0	negativ	0	positiv

$f(x) < 0$, für alle $x \in]-4\,;0[$

<u>Flächeninhalt berechnen</u>

$A = \left| \int_{-4}^{0} h(x)\, dx \right|$ (Stammfunktion H(x) siehe Teilaufgabe a))

$= | [x^4 \cdot e^x]_{-4}^{0} |$

$= | 0 - 4^4 \cdot e^{-4} |$

$\approx$ <u>4,7 FE</u>

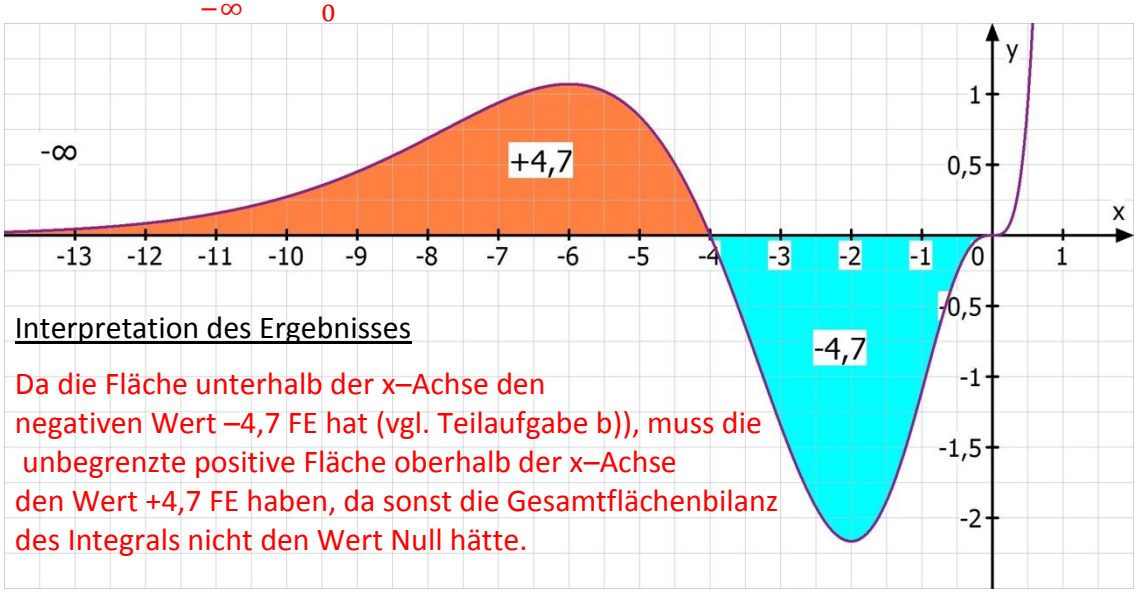
LEARNZEPT

©learnzept.de

c) $\int_a^0 h(x)\,dx = [x^4 \cdot e^x]_a^0 = -a^4 \cdot e^a$

$$\lim_{a \to -\infty} \underbrace{-a^4}_{\downarrow\, -\infty} \cdot \underbrace{e^a}_{\downarrow\, 0} = 0$$

(weil sich e^x gegenüber a^4 durchsetzt)



Interpretation des Ergebnisses

Da die Fläche unterhalb der x–Achse den negativen Wert –4,7 FE hat (vgl. Teilaufgabe b)), muss die unbegrenzte positive Fläche oberhalb der x–Achse den Wert +4,7 FE haben, da sonst die Gesamtflächenbilanz des Integrals nicht den Wert Null hätte.

Aufgabe 3:

Gegeben: $k(x) = \frac{\ln x}{x}$

Definitionsbereich

TIPP: Definitionsbereich

⇒ Nenner: darf nicht Null werden

⇒ Zähler: darf beim Logarithmus nur positiver x–Wert stehen (Numerus)

$\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$ (d.h. die Ränder sind null und plus Unendlich)

Grenzwert gegen Null von rechts

$$\lim_{x \to \overset{\leftarrow}{0}} \frac{\ln x}{x} = \frac{-\infty}{0^+}$$

TIPP:

weil sich x gegenüber ln x durchsetzt

⇒ ln(x) wie eine Konstante k behandeln

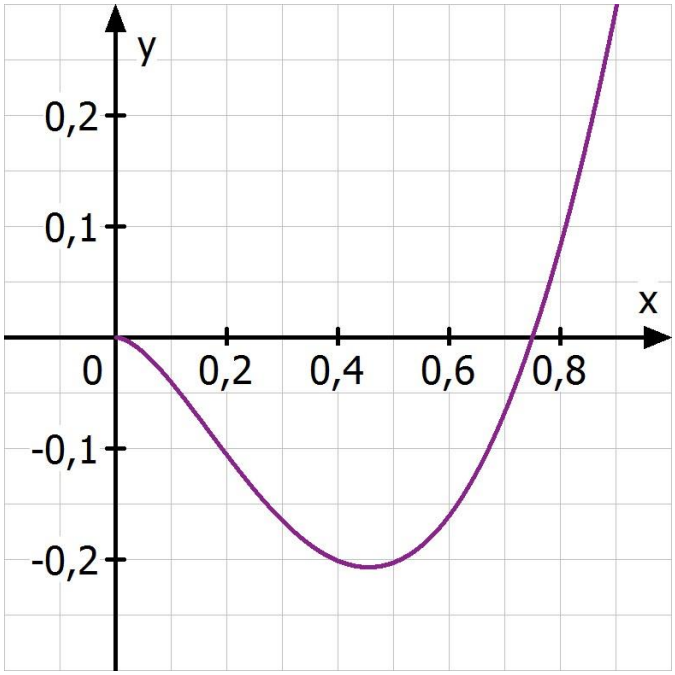
$\Rightarrow \lim \frac{k}{0} = \infty$,

Grenzwert gegen plus Unendlich

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\ln x}{x} = \frac{\infty}{\infty} = 0$$

©learnzept.de

Aufgabe 4:



F(x) hat Extremstelle, wenn F‘(x) = 0 => f(x) = 0

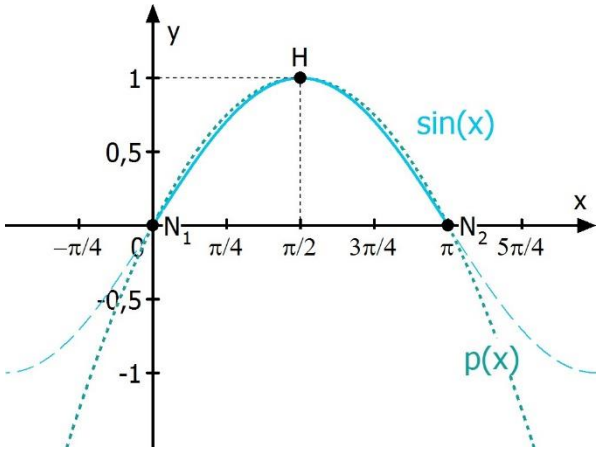
F(x) hat Wendestelle, wenn F‘‘(x) = 0 => f’(x) = 0; also wenn f(x) einen Extremwert hat

Vollständiger Überblick in Tabelle

	F(x)	hat einen	TiP	HoP	WP		f(x) hat einen	
wenn	F’(x)	= f(x)	0	0	TiP	HoP	WP	
und	F’’(x)	= f’(x)	positiv	negativ	0	0	TiP	HoP
und außerdem	F’’’(x)	= f’’(x)			positiv	negativ	0	0
	F’’’’(x)	= f’’’(x)					$\neq 0$ (positiv)	$\neq 0$ (negativ)

©learnzept.de

Aufgabe 5:



Bekannt sin(x) im Intervall $[0; \pi]$:

Nullstellen: $N_1(0 \mid 0)$; $N_2(\pi \mid 0)$

Hochpunkt: $H\left(\frac{\pi}{2} \mid 1\right)$

<u>Ansatz für die Parabel</u>

$p(x) = ax^2 + bx$ (Hinweis:
c = 0, weil die Parabel durch Ursprung geht ist f(0) = 0
$\Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$)

$p'(x) = 2ax + b$

<u>Aufstellen der Bestimmungsgleichungen</u>

Parabel verläuft durch den Punkt $H\left(\frac{\pi}{2} \mid 1\right)$ (d.h. $p\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$):

(I) $1 = a \cdot \frac{\pi^2}{4} + b \cdot \frac{\pi}{2}$

Punkt $H\left(\frac{\pi}{2} \mid 1\right)$ ist Hochpunkt (d.h. $f'(x) = 0$):

(II) $0 = 2a \cdot \frac{\pi}{2} + b$

<u>a und b bestimmen</u>

(II) nach b aufgelöst $\Rightarrow$ (III) $b = -a\pi$

(III) in (I) einsetzen $\Rightarrow$ $1 = a \cdot \frac{\pi^2}{4} + (-a\pi) \cdot \frac{\pi}{2}$

$1 = a \cdot \frac{\pi^2}{4} - a \cdot \frac{\pi^2}{2}$

$1 = a \cdot \left(-\frac{\pi^2}{4}\right) \quad \mid : \left(-\frac{\pi^2}{4}\right)$

(IV) $a = -\frac{4}{\pi^2}$

(IV) in (III) einsetzen => (V) $b = +\frac{4}{\pi}$

<u>Parabelgleichung aufstellen</u>

(IV) und (V) einsetzen in Ansatz für Parabel $p(x) = ax^2 + bx$

$$\underline{\underline{p(x) = -\frac{4}{\pi^2} \cdot x^2 + \frac{4}{\pi} \cdot x}}$$

©learnzept.de

Aufgabe 6:

a)

Gegeben $f(x) = \frac{ax + 15}{bx + 15}$

<u>a und b bestimmen</u>

1. Woche: $f(1) = 26 \Rightarrow$ $\quad 26 = \frac{a + 15}{b + 15} \quad | \cdot (b - 15)$

(*) $\quad 26b + 390 = a + 15 \quad | \cdot (-5)$

(I) $\quad -130b - 1950 = -5a - 75$

5. Woche: $f(5) = 86 \Rightarrow$ $\quad 86 = \frac{5a + 15}{5b + 15} \quad | \cdot (5b + 15)$

(II) $\quad 430b + 1290 = 5a + 15$

(I) und (II) addieren $\Rightarrow$

$$\begin{array}{rrcl} & -130b - 1950 & = & -5a - 75 \\ + & 430b + 1290 & = & 5a + 15 \\ \hline & 300b - 660 & = & -60 \\ & 300b & = & 600 \\ & \underline{\underline{b}} & = & \underline{\underline{2}} \end{array}$$

b-Wert in (*) einsetzen $\Rightarrow$ $\quad 2 \cdot 26 + 390 = a + 15$

$\underline{\underline{a = 427}}$

a und b in f(x) einsetzen $\Rightarrow$ $\quad f(x) = \underline{\underline{\frac{427x + 15}{2x + 15}}}$

Gegeben $g(x) = c - d\,e^{kx}$

<u>k, d und c bestimmen</u>

1. Woche: $f(1) = 26 \Rightarrow$ $\quad 26 = c - d\,e^{k} \quad$ (I)

2. Woche: $f(2) = 46 \Rightarrow$ $\quad 46 = c - d\,e^{2k} \quad$ (II)

3. Woche: $f(3) = 26 \Rightarrow$ $\quad 60 = c - d\,e^{3k} \quad$ (III)

©learnzept.de

(III) – (I) $\Rightarrow$ $34 = -d\,e^{3k} + d\,e^{k}$ | e^k ausklammern

$34 = d\,e^{k}(1 - e^{2k})$ (IV)

(III) – (II) $\Rightarrow$ $14 = -d\,e^{3k} + d\,e^{2k}$ | $d\,e^{2k}$ ausklammern

$14 = d\,e^{2k}(1 - e^{k})$ (V)

$\frac{(V)}{(IV)} \Rightarrow$ $\frac{14}{34} = \frac{e^{2k}(1 - e^{k})}{e^{k}(1 - e^{2k})}$

TIPP: 3. binomische Formel im Nenner

$\Rightarrow 1^2 - (e^k)^2 = (1 - e^k) \cdot (1 + e^k)$

$\frac{14}{34} = \frac{e^k \cdot e^k \cdot (1 - e^k)}{e^k \cdot (1 - e^k)(1 + e^k)}$ | kürzen

$\frac{7}{17} = \frac{e^k}{1 + e^k}$ | $\cdot (1 + e^k)$

$\frac{7}{17} + \frac{7}{17} e^k = e^k$

$\frac{7}{17} = \frac{10}{17} e^k$

$\frac{7}{10} = e^k$ | logarithmieren

$\boxed{k = \ln 0{,}7}$ (VI)

$(\approx -0{,}35667)$

(VI) in (V) einsetzen $\Rightarrow$ $14 = d \cdot e^{2 \ln 0{,}7} \cdot (1 - e^{\ln 0{,}7})$ TIPP: $e^{2 \ln 0{,}7} = (e^{\ln 0{,}7})^2$

$14 = d \cdot 0{,}7^2 \cdot (1 - 0{,}7)$

$14 = d \cdot 0{,}147$

$\boxed{d = \frac{14}{0{,}147}}$ (VII)

$(\approx 95{,}238)$

(VI) und (VII) in (I) einsetzen $\Rightarrow$ $c = 26 + \frac{14}{0{,}147} \cdot e^{\ln 0{,}7}$

$= 26 + \frac{14}{0{,}147} \cdot 0{,}7$

$\boxed{c \approx 92{,}67}$

k, d und c in g(x) einsetzen $\Rightarrow$ $\underline{g(x) = 92{,}7 - 95 \cdot e^{-0{,}36x}}$

©learnzept.de

Aufgabe 7:

TIPP: Achsensymmetrie zur y–Achse
$\Rightarrow$ f(x) = f(–x)

TIPP: Punktsymmetrie zum Ursprung
$\Rightarrow$ f(x) = – f(–x)

a) $p(-x) = ((-x)^2 - 4)\, e^{-(-x)^2} = (x^2 - 4)\, e^{-x^2} = p(x)$ $\Rightarrow$ Achsensymmetrie

b) $q(-x) = -x \ln|-x| = -x \underbrace{\ln|x|}_{q(x)} = -q(x)$ $\Rightarrow$ Punktsymmetrie

c) $r(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 - 1} = -\frac{x}{x^2 - 1} = -r(x)$ $\Rightarrow$ Punktsymmetrie

Aufgabe 8:

$r(x) = \frac{x}{x^2-1}$; $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Quotientenregel: u = x; u' = 1
v = $x^2 - 1$; v' = 2x

TIPP: waagerechte Tangente
$\Rightarrow$ f'(x) = 0

$r'(x) = \frac{1 \cdot (x^2 - 1) - x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2} \neq 0$ (Begründung: Zähler kann nicht null werden)

$\Rightarrow$ keine waagerechte Tangente

$r'(x) = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$

Quotientenregel: u = $-x^2 - 1$; u' = $-2x$
v = $(x^2 - 1)^2$; v' = $2 \cdot (x^2 - 1) \cdot 2x$

$r''(x) = \frac{-2x \cdot (x^2 - 1)^2 + (x^2 + 1) \cdot 4x(x^2 - 1)}{(x^2-1)^4}$ ($(x^2 - 1)$ ausklammern, **dann** kürzen)

$= \frac{-2x \cdot (x^2 - 1) + 4x \cdot (x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^3}$

$= \frac{-2x^3 + 2x + 4x^3 + 4x}{(x^2 - 1)^3}$

$= \frac{2x^3 + 6x}{(x^2 - 1)^3}$

©learnzept.de

Aufgabe 8: (Fortsetzung)

$r''(x) = \frac{2x^3 + 6x}{(x^2-1)^3}$

TIPP: Bruch = 0

$\Rightarrow$ Zähler = 0

TIPP: Zähler faktorisieren

$2 \cdot x \cdot (x^2 + 3) = 0$

TIPP: ein Faktor = 0

$\Rightarrow$ ganzes Produkt = 0

$x_1 = 0$ (einzige Nullstelle, weil $x^2 + 3 \neq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$)

TIPP: Wendestelle

$\Rightarrow$ $f''(x) = 0$ und $f'''(0) \neq 0$

$r''(x) = \frac{2x^3 + 6x}{(x^2-1)^3}$ Quotientenregel: $u = 2x^3 + 6x$; $u' = 6x^2 + 6$

$= 2x(x^2 + 3)$; $= 6(x^2 + 1)$

$v = (x^2 - 1)^3$; $v' = 3(x^2 - 1)^2 \cdot 2x$

$= 6x(x^2 - 1)^2$

$$r'''(x) = \frac{6(x^2+1)\cdot(x^2-1)^3 - 2x(x^2+3)\cdot 6x(x^2-1)^2}{(x^2-1)^6}$$

TIPP: $(x^2 - 1)^2$ kürzen

$$= \frac{6(x^2+1)\cdot(x^2-1) - 2x(x^2+3)\cdot 6x}{(x^2-1)^4}$$

TIPP: 3.binomische Formel

$$= \frac{6(x^4-1) - 12x^2 \cdot (x^2+3)}{(x^2-1)^4}$$

$$= \frac{6x^4 - 6 - 12x^4 - 36x^2}{(x^2-1)^4},$$

$$= \frac{-6x^4 - 36x^2 - 6}{(x^2-1)^4}$$

$$\left.\begin{array}{l} r'''(0) = 6 \neq 0 \\ r(0) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\text{Wendepunkt W (0 | 0)}}$$

©learnzept.de

Aufgabe 9:

Gegeben: $q(x) = x \cdot \ln|x|$

a) $\lim\limits_{x \to \vec{0}} x \cdot \ln|x| = 0$ weil sich jede Potenzfunktion gegenüber ln(x) durchsetzt

$\downarrow \quad \downarrow$

$0 \quad -\infty$

$\lim\limits_{x \to \overleftarrow{0}} x \cdot \ln|x| = 0$ weil sich jede Potenzfunktion gegenüber ln(x) durchsetzt

$\downarrow \quad \downarrow$

$0 \quad -\infty$

<u>Begründung:</u>

Der Grenzwert von q(x) ist von beiden Seiten der Gleiche,
könnte also behebbar sein.

b)

$q'(x) = 1 \cdot \ln|x| + x \cdot \frac{1}{x}$

$= 1 + \ln|x|$

$\lim\limits_{x \to \vec{0}} 1 + \ln|x| = -\infty$

$\lim\limits_{x \to \overleftarrow{0}} 1 + \ln|x| = -\infty$

<u>Begründung:</u>

Der Grenzwert von q'(x) ist von beiden Seiten der Gleiche,
könnte also differenzierbar sein.

c)

$q''(x) = \frac{1}{x}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to \vec{0}} \frac{1}{x} = -\infty \\ \lim\limits_{x \to \overleftarrow{0}} \frac{1}{x} = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Vorzeichenwechsel von q''(x) von minus auf plus,
also Wechsel von Rechts– auf Linkskrümmung.

©learnzept.de