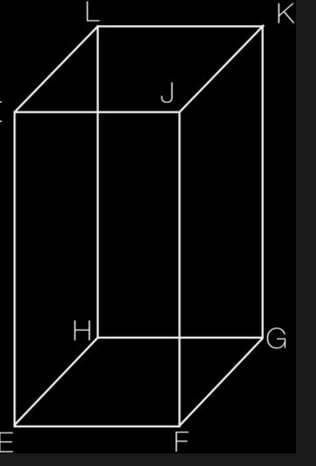
Funktionale Abhängigkeit

Aufgabenstellung

Gegeben:

Quader EFGHIJKL mit rechteckiger Grundfläche EFGH.



Es gilt:

$\overline{EF} = 6{,}5\text{ cm};\ \overline{FG} = 9{,}5\text{ cm};\ \overline{EI} = 12{,}5\text{ cm}$

Neuer Quader $EF_nG_nHI_nJ_nK_nL_n$ wird erzeugt durch:

Verlängerung der Strecke $\overline{EF}$ und $\overline{HG}$,

jeweils über F und G hinaus um 2,5x cm **und**

Verkürzung der Höhe um 0,5x cm mit $x > 0$

Gesucht:

a) Volumen V(x) des neuen Quaders $EF_nG_nHI_nJ_nK_nL_n$, in Abhängigkeit von x darstellen

b) Welche Werte von x sind möglich

c) Maximalen Wert des Volumens V(x) berechnen

d) Für ein Volumen von 608 cm³ zugehörigen Wert von x berechnen

Lösen der Teilaufgabe a)

„Volumen V(x) des neuen Quaders $EF_nG_nH I_n J_n K_n L_n$ in Abhängigkeit von x darstellen"

1) Herausfinden welche Größe (Vol., Oberfl., Mantel) in Abhängigkeit von x gesucht wird

hier: $V(x)$

2) Formel für die gesuchte Größe aus der Formelsammlung heraussuchen

hier: $V_{Quader} = l \cdot b \cdot h$

3) Die notwendigen Werte für die Formel aus der Angabe heraussuchen / herleiten und notieren

hier:

$l = 6{,}5\text{ cm} + 2{,}5\,x\text{ cm}$

$b = 9{,}5\text{ cm}$

$h = 12{,}5\text{ cm} - 0{,}5x\text{ cm}$

4.) Die jeweiligen Werte in die Formel einsetzen (ab jetzt ist V von x abhängig, deshalb „V(x)")

hier: $V(x) = [(6{,}5 + 2{,}5x) \cdot 9{,}5 \cdot (12{,}5 - 0{,}5x)]\text{ cm}^3$

5.) V(x) – Term zusammenfassen

hier: $V(x) = (-11{,}875x^2 + 266\,x + 771{,}875)\text{ cm}^3$

Lösen der Teilaufgabe b)

„Welche Werte von x sind möglich"

1) **Strecken sind immer positiv**

(d.h. herausfinden welche Größe (Länge, Breite, Höhe) verkürzt wird)

hier: Höhe h

2) **Verkürzung muss kleiner als ursprüngliche Länge sein**

hier: $0{,}5x < 12{,}5$

3) **Un-/Gleichung nach x auflösen**

hier: $x < 25$

4) **Intervall für x bestimmen**

(Angabe und Ergebnis der Un-/Gleichung zusammenfassen)

hier: Angabe „$x > 0$" und Ungleichung „ $x < 25$
ergibt „$0 < x < 25$"

Lösen der Teilaufgabe c)

„Maximalen Wert des Volumens V(x) berechnen"

1) Maximalwert bestimmen (oder je nach Aufgabenstellung auch Minimalwert möglich)

hier: $V(x) = -11{,}875x^2 + 266\ x + 771{,}875$

ist (fast) immer ein quadratischer Term:

d.h. Scheitelpunkt bestimmen,

mit quadratischer Ergänzung

oder Formel aus Formelsammlung

$S\ (\underbrace{11{,}2}_{x_S} \mid \underbrace{\approx 2261{,}48}_{y_S})$

2) Maximalwert angeben

hier: $V_{max}(x) \approx 2261{,}48\ cm^3$ für $x = 11{,}2$

$V_{max}(x) = y_{Scheitel}$ für $x = x_{Scheitel}$

Lösen der Teilaufgabe d)

„Für ein Volumen von 608 cm^3 zugehörigen Wert von x berechnen"

1) Term für V(x) verwenden

hier: $V(x) = -11{,}875x^2 + 266\,x + 771{,}875$

2) Gegebenen Volumenswert für V(x) einsetzen

hier: $608 = -11{,}875x^2 + 266\,x + 771{,}875$

3) Null auf einer Seite erzeugen

hier: $0 = -11{,}875x^2 + 266\,x - 163{,}875$

4) Gleichung nach x auflösen (Mitternachtsformel !!!)

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

hier: $x_1 = -0{,}6$ (nicht im zugelassenen Bereich für x: $0 < x < 25$)

$x_2 = 23$