Zusammenfassung Exponentialfunktionen

$$K_t = K_0 \cdot a^t;$$

K_0: *Startkapital*
K_t: *Kapital nach t Jahren*
p: *Zinssatz*
a: *Wachstumsfaktor* $(a = 1 + p)$

Kapital		
1. Fall K_t gesucht	2. Fall K_0 gesucht	3. Fall t gesucht
Gegeben: Startkapital $K_0 = 10\,000$ € Zinssatz p = 10 % Zeit t = 8 Jahre Gesucht: Kapital nach 8 Jahren K_8 (in €)	Gegeben: Kapital nach 8 Jahren $K_8 = 21\,435{,}89$ € Zinssatz p = 10 % Zeit t = 8 Jahre Gesucht: Startkapital K_0 (in €)	Gegeben: Startkapital $K_0 = 10\,000{,}00$ € Kapital nach t Jahren $K_t = 21\,435{,}89$ € Zinssatz p = 10 % Gesucht: Zeit t (in Jahren)
$K_8 = 10\,000 \cdot 1{,}1^8$ $\underline{\underline{K_8 = 21\,435{,}89 \text{ €}}}$	$21\,435{,}89 = K_0 \cdot 1{,}1^8 \quad \mid : 1{,}1^8$ $\frac{21\,435{,}89}{1{,}1^8} = K_0$ $\underline{\underline{K_0 = 10\,000 \text{ €}}}$	$21\,435{,}89 = 10\,000 \cdot 1{,}1^t \quad \mid : 10\,000$ $\frac{21\,435{,}89}{10\,000} = 1{,}1^t$ $2{,}143589 = 1{,}1^t \quad \mid \log$ $\log_{1,1} 2{,}143589 = t$ $\underline{\underline{t = 8{,}00}}$ *Jahre*

Zusammenfassung Exponentialfunktionen

$K_t = K_0 \cdot a^t;$

$K_0: Startkapital$
$K_t: Kapital\ nach\ t\ Jahren$
$p: Zinssatz$
$a: Wachstumsfaktor\ (a = 1 + p)$

Kapital		
4. Fall: p gesucht (in Prozent)	5. Fall: t gesucht (K_0 und K_t, **NICHT** in € gegeben)	6. Fall: p gesucht (K_0 und K_t, **NICHT** in € gegeben)
Gegeben: Startkapital K_0 = 10 000,00 € Kapital nach 8 Jahren K_8 = 21 435,89 € Zeit t = 8 Jahre Gesucht: Zinssatz p (in %)	Gegeben: Zinssatz p = 10 % Gesucht: Zeitraum t in Jahren, in dem sich das Startkapital K_0 verdreifacht	Gegeben: Zeit t = 14 Jahre Gesucht: Zinssatz p (in %), bei dem sich das Startkapital K_0 im Zeitraum t verdreifacht
$21\,435{,}89 = 10\,000 \cdot (1+p)^8 \quad \vert : 10\,000$ $2{,}143589 = (1+p)^8 \quad \vert \sqrt[8]{}$ $\sqrt[8]{2{,}143589} = 1 + p \quad \vert -1$ $\sqrt[8]{2{,}143589} - 1 = p$ $0{,}1 = p$ ⇨ $\underline{\underline{p = 10\ \%}}$	$3\ K_0 = K_0 \cdot 1{,}1^t \quad \vert : K_0$ $\frac{3\ K_0}{K_0} = 1{,}1^t$ $3 = 1{,}1^t \quad \vert \log$ $\log_{1,1} 3 = t$ $\underline{\underline{t = 11{,}53}}$ Jahre	$3\ K_0 = K_0 \cdot (1+p)^{14} \quad \vert : K_0$ $\frac{3\ K_0}{K_0} = (1+p)^{14}$ $3 = (1+p)^{14} \quad \vert \sqrt[14]{}$ $\sqrt[14]{3} = 1 + p \quad \vert -1$ $\sqrt[14]{3} - 1 = p$ $p = 0{,}0816$ ⇨ $\underline{\underline{p = 8{,}16\ \%}}$

Zusammenfassung Exponentialfunktionen

Radioaktiver Zerfall	
ohne Halbwertszeit T_{HW}	**mit** Halbwertszeit T_{HW}
$N_t = N_0 \cdot a^t$; N_0: Anfangsmenge N_t: Restmenge nach der Zeit t p: prozentuale Abnahme a: Abnahmefaktor $(a = 1 - p)$	$N_t = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{HW}}}$; N_0: Anfangsmenge N_t: Restmenge nach der Zeit t T_{HW}: Halbwertszeit
Gegeben: Anfangsmenge $N_0 = 1\,000$ g Restmenge nach 40 Tagen $N_{40} = 425$ g Zeit $t = 40$ Tage Gesucht: prozentuale Abnahme, während eines Tages	Gegeben: Anfangsmenge $N_0 = 1\,000$ g Restmenge nach 40 Tagen $N_{40} = 425$ g Zeit $t = 40$ Tage Gesucht: Halbwertszeit T_{HW}
$425 = 1\,000 \cdot (1-p)^{40} \quad \mid : 1\,000$ $0{,}425 = (1-p)^{40} \quad \mid \sqrt[40]{}$ $\sqrt[40]{0{,}425} = 1 - p \quad \mid -1$ $\sqrt[40]{0{,}425} - 1 = -p \quad \mid \cdot(-1)$ $1 - \sqrt[40]{0{,}425} = p$ $p = 0{,}021$ ⇨ $\underline{\underline{p = 2{,}1\,\%}}$ (Abnahme)	$425 = 1\,000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40}{T_{HW}}} \quad \mid : 1\,000$ $\frac{425}{1\,000} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40}{T_{HW}}} \quad \mid \log$ $\log_{\frac{1}{2}} 0{,}425 = \frac{40}{T_{HW}} \quad \mid \cdot T_{HW}$ $T_{HW} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0{,}425 = 40 \quad \mid : \log_{\frac{1}{2}} 0{,}425$ $T_{HW} = \frac{40}{\log_{\frac{1}{2}} 0{,}425}$ $\underline{\underline{T_{HW} \approx 32{,}4}}$ Tage