Mit Exponentialfunktionen rechnen

$K_t = K_0 \cdot e^{c \cdot t}$; K_0: *Startkapital*
($\triangleq$ *a*: *Anfangswert zum Zeitpunkt* $t = 0$ *bei* $f(t) = a \cdot e^{c \cdot t}$)
K_t: *Kapital nach t Jahren*
c: *Wachstumskonstante*

Kapital		
1. Fall K_t gesucht	2. Fall K_0 gesucht	3. Fall t gesucht
Gegeben: Startkapital $K_0 = 10\,000$ € Wachstumskonstante $c = 0{,}095\frac{1}{\text{Jahr}}$ Zeit $t = 8$ Jahre Gesucht: Kapital nach 8 Jahren K_8 (in €)	Gegeben: Kapital nach 8 Jahren $K_8 = 21\,382{,}76$ € Wachstumskonstante $c = 0{,}095\frac{1}{\text{Jahr}}$ Zeit $t = 8$ Jahre Gesucht: Startkapital K_0 (in €)	Gegeben: Startkapital $K_0 = 10\,000{,}00$ € Kapital nach t Jahren $K_t = 21\,382{,}76$ € Wachstumskonstante $c = 0{,}095\frac{1}{\text{Jahr}}$ Gesucht: Zeit t (in Jahren)
$K_8 = 10\,000 \cdot e^{0{,}095 \cdot 8}$ $\underline{\underline{K_8 = 21\,382{,}76\text{ €}}}$	$21\,382{,}76 = K_0 \cdot e^{0{,}095 \cdot 8} \quad \vert : e^{0{,}095 \cdot 8}$ $\frac{21\,382{,}76}{e^{0{,}095 \cdot 8}} = K_0$ $\underline{\underline{K_0 \approx 10\,000\text{ €}}}$	$21\,382{,}76 = 10\,000 \cdot e^{0{,}095 \cdot t} \quad \vert : 10\,000$ $\frac{21\,382{,}76}{10\,000} = e^{0{,}095 \cdot t}$ $2{,}138276 = e^{0{,}095 \cdot t} \quad \vert \ln$ $\ln 2{,}138276 = 0{,}095 \cdot t \quad \vert : 0{,}095$ $\frac{\ln 2{,}138276}{0{,}095\frac{1}{\text{Jahr}}} = t$ $\underline{\underline{t \approx 8{,}00}}$ Jahre

Mit Exponentialfunktionen rechnen

$K_t = K_0 \cdot e^{c \cdot t}$; K_0: *Startkapital*
($\triangleq a$: *Anfangswert zum Zeitpunkt* $t = 0$ *bei* $f(t) = a \cdot e^{c \cdot t}$)
K_t: *Kapital nach t Jahren*
c: *Wachstumskonstante*

Kapital		
4. Fall: c gesucht	5. Fall: t gesucht (K_0 und K_t, **NICHT** in € gegeben)	6. Fall: c gesucht (K_0 und K_t, **NICHT** in € gegeben)
Gegeben: Startkapital $K_0 = 10\,000{,}00$ € Kapital nach 8 Jahren $K_8 = 21\,382{,}76$ € Zeit $t = 8$ Jahre Gesucht: Wachstumskonstante c	Gegeben: Wachstumskonstante $c = 0{,}095 \frac{1}{\text{Jahr}}$ Gesucht: Zeitraum t in Jahren, in dem sich das Startkapital K_0 verdreifacht	Gegeben: Zeit t = 14 Jahre Gesucht: Wachstumskonstante c, bei der sich das Startkapital K_0 im Zeitraum t verdreifacht
$21\,382{,}76 = 10\,000 \cdot e^{c \cdot 8} \quad \vert : 10\,000$ $21\,382{,}76 = e^{c \cdot 8} \quad \vert \ln$ $\ln 2{,}138276 = c \cdot 8 \quad \vert : 8$ $\frac{\ln 2{,}138276}{8 \text{ Jahre}} = c$ $\underline{\underline{c \approx 0{,}095 \frac{1}{\text{Jahr}}}}$	$3\,K_0 = K_0 \cdot e^{0{,}095 \cdot t} \quad \vert : K_0$ $\frac{3\,K_0}{K_0} = e^{0{,}095 \cdot t}$ $3 = e^{0{,}095 \cdot t} \quad \vert \ln$ $\ln 3 = 0{,}095 \cdot t \quad \vert : 0{,}095$ $\frac{\ln 3}{0{,}095 \frac{1}{\text{Jahr}}} = t$ $\underline{\underline{t = 11{,}56}}$ Jahre	$3\,K_0 = K_0 \cdot e^{c \cdot 14} \quad \vert : K_0$ $\frac{3\,K_0}{K_0} = e^{c \cdot 14}$ $3 = e^{c \cdot 14} \quad \vert \ln$ $\ln 3 = c \cdot 14 \quad \vert : 14$ $\frac{\ln 3}{14 \text{ Jahre}} = c$ $\underline{\underline{c \approx 0{,}078 \frac{1}{\text{Jahr}}}}$

Mit Exponentialfunktionen rechnen

Radioaktiver Zerfall	
ohne Halbwertszeit T_H	**mit** Halbwertszeit T_H
$N_t = N_0 \cdot e^{c \cdot t}$; $N_0: Anfangsmenge$ $(\triangleq a: Anfangswert\ zum\ Zeitpunkt\ t = 0)$ $N_t: Restmenge\ nach\ der\ Zeit\ t$ $c: Wachstumskonstante$	$N_t = N_0 \cdot e^{c \cdot t}$; $N_0: Anfangsmenge$ $(\triangleq a: Anfangswert\ zum\ Zeitpunkt\ t = 0)$ $N_t: Restmenge\ nach\ der\ Zeit\ t$ $c: Wachstumskonstante$
Gegeben: Anfangsmenge $N_0 = 1\,000$ g Restmenge nach 40 Tagen $N_{40} = 425$ g Zeit t = 40 Tage = 40 d [Einheit: „d“ für day] Gesucht: Wachstumskonstante c	Gegeben: Anfangsmenge $N_0 = 1\,000$ g Wachstumskonstante $c = -0{,}021\frac{1}{d}$ (Abnahme pro Tag) [Einheit: „d“ für day] Gesucht: Halbwertszeit T_{HW}
$425 = 1\,000 \cdot e^{c \cdot 40d} \quad \vert : 1\,000$ $0{,}425 = e^{c \cdot 40d} \quad \vert \ln$ $\ln 0{,}425 = c \cdot 40d \quad \vert : 40d$ $\frac{\ln 0{,}425}{40\text{ d}} = c$ $\underline{\underline{c = -0{,}021\frac{1}{d}}}$ $(Abnahme\ pro\ Tag)$	$0{,}5 \cdot 1\,000 = 1\,000 \cdot e^{-0{,}021\frac{1}{d} \cdot T_{HW}}$ $500 = 1\,000 \cdot e^{-0{,}021\frac{1}{d} \cdot T_{HW}} \quad \vert : 1\,000$ $0{,}5 = e^{-0{,}021\frac{1}{d} \cdot T_{HW}} \quad \vert \ln$ $\ln 0{,}5 = -0{,}021\frac{1}{d} \cdot T_{HW} \quad \vert : (-0{,}021\frac{1}{d})$ $\frac{\ln 0{,}5}{-0{,}021\frac{1}{d}} = T_{HW}$ $\underline{\underline{T_{HW} \approx 33\ d}}$ [Einheit: „d“ für Tage]